Exponentialfunktionen

Beispiel 1: Bakterien

Die Fläche, die eine bestimmte Bakterienkultur in einer Petrischale einnimmt, kann näherungsweise durch die Funktion $B(t) = 5 * 1.23^t$ beschrieben werden.

t... Zeit in Minuten
$B(t)$... Bakterienfläche zum Zeitpunkt t in cm^2

Berechnen Sie unter diesen Annahmen

1. wie viel Bakterien sich nach 5 Minuten in der Schale befinden.
2. wann eine Bakterienkultur von $10cm^2$ einnimmt.
3. Wann wird die gesamte Schale, die eine Fläche von $40cm^2$ hat, von Bakterien bedeckt sein?
4. Interpretieren Sie die Werte 5 und $1,23$!

Eine Bakterienkultur im Labor

Beispiel 2: Radioaktiver Zerfall

Bei einem Reaktorunfall tritt unter anderem radioaktives Iod, welches sich zwischen den Brennstäben sammelt, aus. Zum Glück zerfällt dieses von selbst, man muss also nur lange genug warten um den verseuchten Ort wieder gefahrlos betreten zu können. Der zeitliche Verlauf der radioaktiven Strahlung kann durch folgende Funktion modelliert werden:

$$I(t) = 100 \cdot 0.991^t$$

Ein Atomkraftwerk

t... Zeit in Tagen.
$I(t)\ldots$ Menge der restlichen radioaktiven Isotope in %.

1. Wann sind nur mehr 50% der ursprünglichen radioaktiven Atome vorhanden?

2. Wie viele radioaktive Isotope sind nach einem Jahr noch übrig?

3. Ein Mensch kann die Gegend gefahrlos betreten, wenn nur mehr 0.1% der Ursprungsmenge in der Luft sind. Berechnen Sie diesen Zeitpunkt!

4. Interpretieren Sie die Werte 100 und $0,991$!

Beispiel 3: Erdbeben

Um die Stärke von Erdbeben zu messen verwendet man die sogenannte Richterskala. Diese wird exponentiell gemessen. Das bedeutet, dass ein Erdbeben der Stärke 3 im Vergleich zu einem Erdbeben der Stärke 2 nicht doppelt so stark, sondern 10 mal so stark ist. Gemessen wird ein Erdbeben mit einem Seismometer. Um ein Erdbeben festzustellen wird ein Seismometer verwendet. Das ist eine Nadel, welche sich bei einem Erdbeben stark nach außen dehnt. Zwischen der Nadel des Seismometer und der Stärke des Erdbebens herrscht folgender Zusammenhang:

$$R(s) = 1.2 * 10^s$$

$s\ldots$Ausschlag des Seismometers in μm
$R(S)\ldots$ Wert der Richterskala

1. Was für einen Wert hat die Richterskala bei einem Nadelausschlag von $4\mu m$?
2. Das Erdbeben in Japan zu Beginn des Jahres 2024 hatte eine Stärke von $7,6$. Wie starkt ist dien Nadel des Seismometers damals ausgeschlagen?
3. Das stärkste jemals gemossene Erdbeben in Tirol hatte einen Wert von 3.9 auf der Richterskala. Wie stark wäre die Nadel des Seismometers damals ausgeschlagen (damals gab es diese Hilfsmittel noch nicht)?
4. Vergleichen Sie die Nadelausschläge von Japan und Tirol!

Beispiel 4: Tee

Ein Tee direkt nach der Zubereitung ist viel zu heiß, um ihn direkt trinken zu können - man muss ein wenig warten. Geht man davon aus, dass der Tee jede Stunde um die Hälfte an Temperatur verliert und eine Anfangstemperatur von 80 Grad hat, so kann man folgenden Zusammenhang feststellen

$$H(t) = 80 * 0.989^t$$

heißer Tee

$t \ldots$ Zeit in Minuten
$H(t) \ldots$ Temperatur in Grad Celsius

1. Die optimale Trinktemperatur liegt zwischen 60 und 65 Grad Celsius. Berechnen Sie, in welcher Zeitspanne der Tee die optimale Trinktemperatur hat.
2. Ein Getränk wird ab Temperaturen von ca 20 Grad als "kalt" empfunden. Berechnen Sie, nach wie viel Zeit das der Fall sein wird!
3. Welche Temperatur hat der Tee nach 45 Minuten?
4. Interpretieren Sie die Werte 80 und $0,989$!

Beispiel 5: Zinsen Beispiel 4: Tee

Ein Kapital von 5000 Euro wird auf die Bank gebracht und dort mi einem Zinssatz von 1.2% angelegt. Der zeitliche Verlauf kann durch die Funktion

$$K(t) = 5000 \cdot 1,012^t$$

beschrieben werden. Dabei bezeichnen

$t \dots$ die Teit in Jahren
$K(t) \dots$ das Kapital nach t Jahren

Berechnen Sie

1. Wann ein Kapital von 6000 Euro erwirtschaftet wurde.
2. Wie viel Geld nach 10 Jahren auf dem Konto liegt.
3. Wann ein Kapital von 10000 Euro erwirtschaftet wurde.
4. Interpretieren Sie die Werte 5000 und $1,012$ der Funktion $K(t)$!